22137310

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

0	0							

Viernes 10 de mayo de 2013 (mañana)

1 hora 30 minutos

Código del examen

2	2	1	3	–	7	3	1	0

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información* ***de Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

0112

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 5]*

Sean $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(a) Escriba $\boldsymbol{A}^{-1}$. *[2 puntos]*

(b) Resuelva $\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{B}$. *[3 puntos]*

2. *[Puntuación máxima: 6]*

La variable aleatoria X sigue una distribución normal de media 20 y desviación típica 5.

(a) Halle $\mathrm{P}(X \le 22{,}9)$. *[3 puntos]*

(b) Sabiendo que $\mathrm{P}(X < k) = 0{,}55$, halle el valor de k. *[3 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

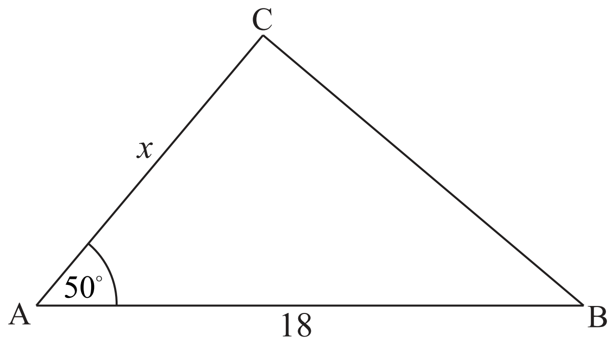
. . . .

. . . .

. . . .

3. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguiente figura muestra un triángulo ABC.



la figura no está dibujada a escala

El área del triángulo ABC es 80 cm^2, $\text{AB} = 18 \text{ cm}$, $\text{AC} = x \text{ cm}$ y $\text{B}\hat{\text{A}}\text{C} = 50^\circ$.

(a) Halle x. *[3 puntos]*

(b) Halle BC. *[3 puntos]*

4. *[Puntuación máxima: 7]*

La recta L_1 tiene por ecuación $\boldsymbol{r}_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ y la recta L_2 tiene por ecuación $\boldsymbol{r}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Las rectas L_1 y L_2 se cortan en el punto A. Halle las coordenadas de A.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. *[Puntuación máxima: 6]*

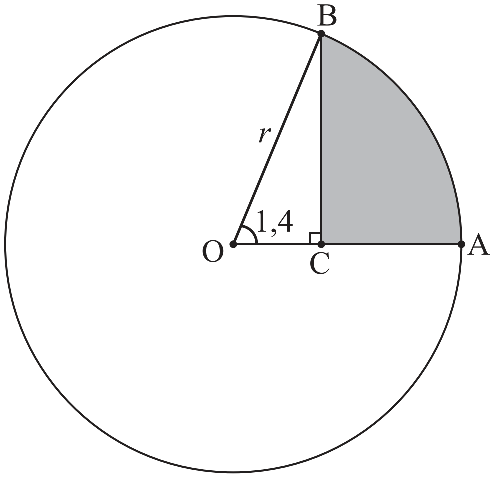
La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica es igual a 62,755 y la suma de los infinitos términos de la progresión es igual a 440. Halle la razón común.

6. *[Puntuación máxima: 7]*

En el desarrollo de $\left(\frac{x}{a}+\frac{a^2}{x}\right)^6$, donde $a \in \mathbb{Z}$, el término constante es igual a 1280. Halle a.

7. *[Puntuación máxima: 8]*

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio r cm.



la figura no está dibujada a escala

Los puntos A y B pertenecen a la circunferencia, y $\text{A}\hat{\text{O}}\text{B} = 1,4$ radianes. El punto C está situado sobre [OA] de modo tal que $\text{B}\hat{\text{C}}\text{O} = \frac{\pi}{2}$ radianes.

(a) Compruebe que $\text{OC} = r\cos 1,4$. *[1 punto]*

(b) El área de la región sombreada es igual a 25 cm^2. Halle el valor de r. *[7 puntos]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

Considere los puntos $\mathrm{A}(5,\,2,\,1)$, $\mathrm{B}(6,\,5,\,3)$, y $\mathrm{C}(7,\,6,\,a+1)$, donde $a \in \mathbb{R}$.

(a) Halle

(i) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$;

(ii) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$. *[3 puntos]*

Sea α el ángulo que forman $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ y $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

(b) Halle el valor de a para el cual $q = \frac{\pi}{2}$. *[4 puntos]*

(c) (i) Compruebe que $\cos q = \frac{2a+14}{\sqrt{14a^2+280}}$.

(ii) A partir de lo anterior, halle el valor de a para el cual $q = 1{,}2$. *[8 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 15]*

Una bolsa contiene cuatro bolas doradas y seis bolas plateadas.

(a) Se sacan al azar dos bolas de la bolsa, con reposición. Sea X el número de bolas doradas que se sacan de la bolsa.

(i) Halle $\mathrm{P}(X=0)$.

(ii) Halle $\mathrm{P}(X=1)$.

(iii) A partir de lo anterior, halle $\mathrm{E}(X)$. *[8 puntos]*

Se sacan catorce bolas de la bolsa, con reposición.

(b) Halle la probabilidad de que exactamente cinco de las bolas sean doradas. *[2 puntos]*

(c) Halle la probabilidad de que como máximo cinco de las bolas sean doradas. *[2 puntos]*

(d) Sabiendo que como máximo cinco de las bolas son doradas, halle la probabilidad de que exactamente cinco de las bolas sean doradas. Dé la respuesta con una aproximación de dos cifras decimales. *[3 puntos]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 15]*

Sean $f(x) = e^{\frac{x}{4}}$ y $g(x) = mx$, donde $m \geq 0$, y $-5 \leq x \leq 5$. Sea R la región delimitada por el eje y, la gráfica de f y la gráfica de g.

(a) Sea $m = 1$.

(i) Sobre los mismos ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente la gráfica de f y la gráfica de g.

(ii) Halle el área de R. *[7 puntos]*

(b) Considere todos los valores de m para los cuales la gráfica de f y la de g se cortan. Halle el valor de m para el cual el área de R alcanza su valor máximo. *[8 puntos]*

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.